

ABSTRAK

Oleh

Ratna Kartika Sari

NIM : 24010116420008

Magister Matematika FSM UNDIP

Misalkan \mathfrak{H} adalah ruang Hilbert atas lapangan \mathbb{C} . Jika \mathfrak{H} adalah ruang Hilbert maka \mathfrak{H}^2 adalah ruang Hilbert. Relasi linear pada \mathfrak{H} adalah himpunan pasangan elemen a dan b dengan $a, b \in \mathfrak{H}$. Setiap operator linear dapat dipandang sebagai relasi linear, tetapi tidak setiap relasi linear merupakan operator linear. Tujuan dari tesis ini adalah menemukan sifat-sifat baru dari relasi linear self-adjoint berdasarkan operator self-adjoint, menunjukkan syarat bahwa relasi linear merupakan operator linear terbatas, dan menerapkan teori spektral dari relasi linear pada ruang Hilbert di masalah Cauchy abstrak homogen. Untuk mencapai tujuan dari tesis ini, tahap pertama adalah mengumpulkan sifat-sifat dari operator self-adjoint dan menerapkan sifat-sifat dari operator self-adjoint pada relasi linear. Kemudian, tahap kedua adalah memberikan syarat tambahan untuk beberapa sifat dari operator self-adjoint yang tidak berlaku pada relasi linear self-adjoint supaya berlaku pada relasi linear self-adjoint. Selanjutnya, tahap ketiga adalah menunjukkan syarat bahwa relasi linear merupakan operator linear terbatas dan tahap keempat adalah menerapkan teori spektral dari relasi linear pada ruang Hilbert di masalah Cauchy abstrak homogen. Hasil dari tesis ini adalah ada sifat dari operator self-adjoint yang juga berlaku pada relasi linear dan ada sifat dari operator self-adjoint yang tidak berlaku pada relasi linear. Selain itu, relasi linear $(z - \mathfrak{R})^{-1}$ merupakan operator linear terbatas jika terdapat $C(z) > 0$ sedemikian hingga $\|(za - b)\| \geq C(z)\|a\|, \forall (a, b) \in \mathfrak{R}$. Relasi linear dapat digunakan untuk menentukan nilai eigen dan vektor eigen (teori spektral) pada masalah Cauchy abstrak homogen baik *degenerate* maupun *nondegenerate*. Suatu vektor eigen dari relasi linear dapat berkaitan dengan banyak nilai eigen. Hal ini berbeda dengan operator linear yaitu suatu vektor eigen dari operator linear berkaitan dengan satu nilai eigen.

Kata Kunci: Relasi Linear Self-Adjoint, Teori Spektral, Ruang Hilbert, Masalah Cauchy Abstrak Homogen.

ABSTRACT

By

Ratna Kartika Sari

NIM : 24010116420008

Master of Mathematics FSM UNDIP

Given \mathfrak{H} be Hilbert space over \mathbb{C} . If \mathfrak{H} is a Hilbert space then \mathfrak{H}^2 is also Hilbert space. A linear relation on \mathfrak{H} is the set of pairs of a and b elements with $a, b \in \mathfrak{H}$. A linear relation on \mathfrak{H} is a subspace of \mathfrak{H}^2 . Every linear operator can be seen as a linear relation, but not every linear relation is a linear operator. The purpose of this thesis is to find new properties of linear self-adjoint relations based on self-adjoint operators, show the condition that a linear relation is a bounded linear operators, and give spectral theory of a linear relation on a Hilbert space in a homogeneous abstract Cauchy problem. To achieve the purposes of this thesis, an author collects the properties of the self-adjoint operator and applies the properties of the self-adjoint operator in a linear relation. Then, an authors give an additional condition for some properties of self-adjoint operator cannot applied in self-adjoint linear relation to apply in self-adjoint linear relation. Furthermore, an author shows the condition that a linear relation is a bounded linear operators and give the spectral theory of a linear relation on the Hilbert space in the homogeneous abstract Cauchy problem. The result of this thesis is that there are properties of the self-adjoint operator that also can applied in linear relation and there are properties of the self-adjoint operator that cannot applied in linear relation. A linear relation $(z - \mathfrak{R})^{-1}$ is a bounded linear operator if there exist $C(z) > 0$ such that $\|(za - b)\| \geq C(z)\|a\|, \forall (a, b) \in \mathfrak{R}$. Linear relations can be used to determine eigenvalues and eigenvectors (spectral theory) in homogeneous abstract Cauchy problems both degenerate and nondegenerate. An eigenvector of a linear relation can be related to many eigenvalues. This is different from the linear operator which is an eigenvector of a linear operator with respect to one eigenvalue.

Keywords: Self-Adjoint Linear Relation, Spectral Theory, Hilbert Spaces, Homogeneous Abstract Cauchy Problems.